

MEDIDA OBJETIVA DEL CALCULO

A) POSTURAS QUE PUEDEN ADAPTARSE.

Al tratar de llevar a cabo en España el control del cálculo con vistas al certificado de estudios primarios, pueden adoptarse diversas posturas:

1.^a Medir los conocimientos actuales de los niños de once-doce años—edad mínima del certificado—, en orden al cálculo, y a base de ellos confeccionar una prueba, que se aplicará más tarde.

Evidentemente que este nivel escolar queda influenciado por los métodos didácticos en uso, más o menos aceptables, y claro está que no obligaría a progreso alguno a los alumnos, puesto que la prueba habría de adaptarse a la media de los conocimientos.

Sin embargo, éste es un modo real de valoración y aceptable si nos colocamos en un plano puramente de controladores de lo existente y no como pedagogos deseosos del mejoramiento de la técnica escolar.

2.^a Otro sistema consistirá en aplicar cualquier escala en uso para niños de otros países, con las convenientes modificaciones. O bien las que se han confeccionado para niños españoles.

3.^a La tercera postura sería elaborar una escala con vistas a los conocimientos exigibles en esa edad y conforme a la condición, temperamento y sexo de los niños españoles, pero con carácter científico, es decir, después de laboriosos y bien dirigidos trabajos e investigaciones.

No sería ajena a esta labor de investigación la misma técnica de la enseñanza, que en modo alguno podría ser polarizada en un sentido mecanicista o razonador, con lo cual la escala, una vez elaborada, condicionaría la misma enseñanza y los métodos didácticos.

B) PLANTEAMIENTO DE CUESTIONES.

La primera pregunta que se nos plantea es: *¿Qué aspectos envuelve la medida objetiva del cálculo?*

Podemos responder desde tres puntos de vista distintos.

según la amplitud e intensidad que demos a la misma medida, o bien a su profundidad, indicativa de otros valores.

1) *En sentido lato*.—Los procesos de cálculo son índice de la inteligencia simbólica y abstracta; implican multitud de elaboraciones imaginativas de lógica, automatismos, descomposición y composición de números, etc.; todo lo cual constituye la inteligencia y sentido matemático que podría buscarse, quizá, en una medida objetiva del cálculo.

Bien se ve por sólo el enunciado de estas cuestiones que el estudio de ellas daría para sendas tesis.

2) *En sentido estricto*.—Más modesto cuanto al alcance psicológico y la potencialidad matemática, pero acaso más rico en realidad resulta el considerar solamente los conocimientos aritméticos en tres aspectos:

a) *En cuanto al progreso de las operaciones*. Cálculo oral, escrito, mental, en sus dos manifestaciones de *rapidez* y *perfección*, es decir, coeficiente cuantitativo y cualitativo y su consiguiente pregunta: ¿Son antagónicos? Porque sucede a veces que la rapidez se consigue a expensas de la perfección, y ésta lleva aneja la lentitud. ¿Podrían darse unidos?

b) *Cuanto a la resolución de problemas*. Mecanismo y reflexión, automatismo y lógica, parece que sean términos antitéticos. ¿Pero lo son realmente? Un automatismo perfecto en las operaciones aritméticas parece que ha de facilitar cualquier complejo matemático, ya que deja libre la mente para reflexionar, en la seguridad de que no se ha de utilizar en una simple mecanización.

Buyse (1) distingue «lo que es simple cálculo de lo que son verdaderas matemáticas...» «El cálculo es, en el fondo, la parte preponderantemente automática de esta materia; cuando consigue una reacción justa y rápida, el cálculo tiende a emular el trabajo de una máquina...» «La matemática, por el contrario, implica ante todo el ejercicio de las funciones mentales más elevadas, comprensión de las nociones aritméticas (sentido de las operaciones ganancia, pérdida, proporción, interés, etcétera) y, en primer término, el ejercicio de la lógica matemática, la marcha que se ha de seguir para la solución de los problemas.»

El mecanismo perfecto en las operaciones fundamentales condiciona el éxito, pero es un solo factor de correlación no muy alta, como puede verse por los estudios de Stone, que, des-

(1) *La experimentación en Pedagogía*. Ed. 1937, pág. 383.

pués de medir por separado las aptitudes para el cálculo y para el razonamiento aritmético de 500 alumnos americanos, ha obtenido las correlaciones siguientes, que claramente muestran la escasa relación que existe entre estos dos aspectos del trabajo de resolución de problemas:

Razonamiento aritmético y adición.....	0,28
Idem id. y sustracción.....	0,32
Idem id. y multiplicación.....	0,34
Idem id. y división.....	0,36

En cambio, los valores hallados para las diferentes operaciones entre sí van de 0,50 a 0,95.

Morton, en cambio, halla (2) la correlación de 0,70 entre la habilidad por las operaciones fundamentales y la de problemas.

A simple vista pudiera hablarse de factores que condicionan el éxito en la resolución de problemas; pero el mismo Morton halla la correlación existente, que transcribimos:

FACTOR O HABILIDAD	Correlación con la habilidad en problemas
Inteligencia verbal	0,78
Idem no verbal.....	0,52
Habilidad en las operaciones.....	0,70
Comprensión en la lectura.....	0,61
Asistencia a clase.....	0,11
Edad en meses.....	0,34

Del mismo modo, y ya en el terreno objetivo, podrían verse los elementos de dificultad que intervienen en la interpretación de los problemas aritméticos. Conocida es, a través de Buyse (3), la tesis inédita de Roberta Desment, de 1930, que concretamos del modo que sigue:

1.º Los objetos difíciles de visualizar hacen la interpretación de los problemas más difícil.

2.º Cuando la interpretación gráfica añade algún esclarecimiento al texto, facilita la comprensión de los datos del problema; pero cuando deja al niño el cuidado de descubrir la

(2) Morton: *Teaching Arithmetic in the Elementary School*. Edición 1938.

(3) Buyse: Ob. cit.

relación entre los elementos del problema, complica su interpretación.

3.º Las dificultades de vocabulario del enunciado del problema son un obstáculo para su interpretación.

4.º Las situaciones tomadas de la esfera de acción del adulto parecen más difíciles de interpretar que las tomadas de la esfera de acción del niño.

5.º Los datos numéricos inútiles constituyen una gran dificultad en la interpretación del conjunto.

6.º El empleo de grandes números en el problema aumenta sensiblemente la dificultad de resolución de un problema; los errores de cálculo, que son entonces más numerosos, son también en parte responsables de ello.

7.º El hecho de ofrecer escritos en letra los datos numéricos aumenta a la par los errores de razonamiento y los de cálculo.

8.º Las situaciones presentadas sin cifras constituyen una gran dificultad para los sujetos, lo que parece probar que nuestros alumnos no están acostumbrados a razonar basándose en reglas generales.

9.º En conjunto, la indicación de la respuesta del problema facilita la interpretación de los datos.

10. El uso de términos abstractos en el enunciado de los problemas constituye una dificultad real en la interpretación de los mismos.

Hasta aquí la tesis de Roberta Desment; pero aún podrían añadirse algunas otras, como las situaciones inútiles, que vulgarmente denominamos «pegas», suponen una extraordinaria dificultad para los niños.

En una prueba lógicamente establecida no será obvio estudiar los diversos tipos de problemas y su conveniente gradación por dificultad.

c) *Cuanto a los conocimientos aritméticos.*—En dos clases pueden dividirse los conocimientos aritméticos: aquellos que son puramente teóricos y los que tienen una proyección práctica. Los primeros no son objeto de la presente ponencia, sino de la correspondiente a las diversas asignaturas; la segunda, en cambio, entra, según nuestro modesto modo de entender, en el tema que nos ocupa. La hemos visto, no obstante, ausente en casi todas las escalas y tests. ¿Es que no la consideran interesante o es que la creen implícitamente comprendida en el resto de los ejercicios? Nosotros creemos que no es indiferente

el saber o no escribir determinadas cantidades, el saber o no ordenarlas en una conveniente suma o resta.

3) *En sentido restringido*, puede considerarse exclusivamente, como objeto de control, el cálculo mecánico en su doble manifestación de rapidez y precisión; pero esta concepción del tema la estimamos tan pobre, que huelga decir que nos inclinamos a proponer para el oportuno estudio los tres temas arriba indicados; es decir, cálculo mecánico, resolución de problemas y conocimientos aritméticos.

C) SOMERA REVISIÓN CRÍTICA DE LO HECHO HASTA AQUÍ.

a) *En el extranjero:*

Las pruebas estandarizadas en Aritmética comienzan a aparecer en los años 1909 a 1915; generalmente hablando, dice Mor-ton, las pruebas más recientemente publicadas son mejores que las antiguas, aunque hay excepciones

Terman: Los tests de Terman tienen una finalidad mental; pero desde nuestro punto de vista hay problemas extraordinariamente interesantes, porque en algún momento, tanto a él como a nosotros, interesa medir la inteligencia matemática.

Monroe: Julie Wertheimer publica en la revista «The Journal of Educational Psychology», de 1920, un artículo sobre los resultados del test diagnóstico de Monroe en Aritmética, que nos va a dar ya estudiado el test:

- 1.º No se domina la resta.
- 2.º Tampoco se dominan las tablas.
- 3.º Con trabajos para casa adelantan los niños cinco veces más.

Courtis:

24 sumas de nueve sumandos y tres cifras.	8 minutos.
28 restas de varias cifras (de cuatro a nueve)	4 »
23 multiplicaciones (cuatro cifras el multiplicando y una a tres el multiplicador)....	6 »
20 divisiones (dividendo de cuatro a cinco cifras; divisor, de una a dos).....	8 »

Claparède: Reduce cifras y sumandos; son muy conocidas, sobre todo en la adaptación del doctor Germain, en España, y que se aplican juntamente con los tests de Cattell en el Instituto Psicotécnico de Madrid.

Dotrents: Tests para siete a ocho años; sumas y restas.

Woody: Interesantes escalas graduadas. en que incluye todas las dificultades en orden creciente. De cada dificultad presenta un solo caso. Mídese el adelanto por el mayor número de cada serie que es resuelto correctamente en diez minutos. Para establecer la escala experimentó sobre 20.000 niños.

Rogers presenta tests de aptitud para la matemática, sin que impliquen conocimientos aritméticos: cálculo algebraico, interpolación, superposición de figuras en determinadas condiciones, relaciones hallando un cuarto término en tres dados; ejemplo: fuego, quema; ojo, Completar frases.

Ballard: Experimentó con 15.000 alumnos:

Tests de Aritmética mecánica: 100 ejercicios en cincuenta minutos. Combinación de sumas y restas, multiplicaciones y divisiones, N. B. no hay división en que el divisor tenga varias cifras, lo cual supone omitir una dificultad real. Complejos, sumas y restas, quebrados, decimales, raíz cuadrada, tantos por ciento; M. C. D., m. c. m., promedios, proporciones, áreas y volúmenes, etc.

Tests de Aritmética razonada: 100 ejercicios en una hora. Son problemas de fácil respuesta y rápida solución. Implican a veces dos o más operaciones.

En Ginebra se ensayaron 50 problemas en veinte minutos.

El fundamento valorativo de su sistema es que es más sencillo de valuar lo simple que lo complejo. «Un problema difícil es más penoso que cien de menos dificultad.»

Cuadernos de trabajo americanos sobre Aritmética.

Gracias a la previsión del doctor García Hoz, hemos podido disponer de unos cuadernos de trabajo del alumno, publicados en 1945; la última palabra, por tanto, en control de ejercicios de cálculo.

1.^a *Aritmética progresiva*.—Sumas y restas de pocos sumandos y cifras, con límite de tiempo.

Pruebas de recapitulación semanales, mensuales, bimensuales, anuales.

2.^a *Aritmética razonada*.—El sistema es el mismo que indicábamos en Ballard, es decir, problemas pequeños y abundantes, también con límite de tiempo. La valoración se hace con tablas adecuadas, que incluyen en una calificación homogénea cualquier número de ejercicios. La calificación suele hacerse de 0 a 10 puntos.

Según este plan de trabajo, que supone *cien mil ejercicios*, el profesor sabe en un momento determinado qué altura debe alcanzar un alumno de tal edad en febrero, marzo, etc.

La técnica va dirigida al autocontrol, de modo que el alumno tiene al final las contestaciones. La razón psicológica de este «estar al final» es obvia; mientras el alumno va a comprobar su ejercicio, se forma en él un cuadro psíquico muy útil para futuras soluciones.

También es extraordinariamente interesante los «remedial exercises», esto es, los ejercicios terapéuticos o de remedio, que se hacen cuando el alumno falla en algún concepto, y los cuales sirven para lograr la perfección precisamente en aquel fallo.

Las mejores pruebas de cálculo, según Buyse, son las de Smith, Woody, Brueckner, Buswell. John Lenore.

b) *En España* tenemos los

1) *Trabajos de Gali:*

1.^a *Tests de rapidez de cálculo.*—Sumas, restas, multiplicaciones y divisiones. En las sumas sólo se hallan números dígitos, pero desde la primera se arrastran todas hasta el final.

Notamos que está ausente la dificultad del cero, y la división resulta en todos los casos multiplicación, puesto que es exacta y de una sola cifra el cociente.

Valuación: Operaciones por minuto = $\frac{c \cdot b}{t}$

Donde c. b. = casos buenos.

t = tiempo empleado.

2.^a *Tests para la medida de perfeccionamiento en el mecanismo de las operaciones.*—Cada operación—seis para cada año—tiene dos meses de valor.

Propone toda la escala, hasta llegar a la edad que le corresponda.

Valuación: «Puede considerarse buena una operación cuando la mitad más uno de los casos específicos que la motivan han sido resueltos, siempre que los casos neutros lo estén en la misma proporción.»

3.^a *Tests de problemas.*—Treinta y seis problemas—seis para cada año; por tanto, dos meses para cada uno—, que pone como tipo admitiendo la posibilidad y necesidad de que se varíen los enunciados siempre que se conserve el estilo, e incluso en algunos admite que sean los mismos niños los que suministren los datos con medidas que deben realizar.

Valuación: Meses = $\frac{b}{6} + 66$.

Donde 6 = número de casos del año.

66 = número de meses con que comienza la primera prueba.

2) *En el Instituto Psicotécnico de Madrid.*

Aplican los tests de Cattell y Claparède, en la adaptación del doctor Germain, donde tiene multitud de datos para una conveniente y laboriosa elaboración.

3) *En el Grupo escolar «Zumalacárregui», de Madrid.*

Han aplicado los tests de Ballard; pero ignoro si han llegado a resultados afirmativos o rectificadores.

4) *En el Grupo «Isidro Almazán», de Madrid.*

Han aplicado la escala de Gali de rapidez de cálculo.

5) *En el Grupo escolar «Amador de los Ríos», de Madrid (niñas).*

Se han llevado a cabo pruebas trimestrales de cálculo, con vistas a lograr una prueba conjunta de cálculo mecánico, cálculo razonado y proyección práctica de conocimientos aritméticos, distribuidas del siguiente modo:

Cálculo mecánico: 20 por 100 de escritura de cantidades y 50 por 100 de operaciones aritméticas.

Cálculo razonado: 30 por 100 de problemas.

En total se presentan cien casos de dificultad, que puntuábamos concediendo un punto por cada acierto.

D) ASPECTOS QUE HAY QUE TENER EN CUENTA EN ORDEN A LA PSICOLOGÍA INFANTIL.

No es lícito, al tratar de elaborar una escala, eludir problemas de índole psicológica, que influyen íntimamente en el proceso mental que implica el cálculo. Tales:

a) *El pensar del niño* en los problemas, como en el resto de las cuestiones, no es el del adulto. El adulto razona por inducción y deducción; el niño lo hace por transducción, es decir, de lo particular a lo particular (4). Por tanto, desde el punto de vista que nos ocupa conviene estudiar a qué edad se desliga de este carácter específico de sus primeros años para pasar al francamente adulto. Esta peculiar lógica infantil ofrece en los primeros años gran dificultad para el problema escrito, por los procesos de interpretación, elaboración y expresión que supone. El niño de seis-ocho años resuelve oralmente problemas a los cuales no es capaz de dar una interpretación gráfica ni escrita.

Tampoco es indiferente el que los problemas se hallen escri-

(4) Estudios de Jean Piaget: *El juicio y el razonamiento en el niño. La causalidad física en el niño.*

tos de un modo u otro. Entre estar el problema en el encerado o en un papel que se les entrega, o tenerlo que copiar en su propio cuaderno, existe una notable diferencia interpretativa.

No podemos dejar de hacer mención de los libros de mademoiselle Descœudres y C. Bühler, *El desarrollo del niño de dos a siete años* y *Tests de la primera infancia*, respectivamente, cuyo interés aumenta cuando utilizan pruebas de cálculo, si bien con fines diversos del nuestro.

b) *El problema de los sexos* tampoco podemos eludirlo. En los resultados que hemos manejado, fruto de aplicar las mismas escalas a niños de distinto sexo, podemos observar un notable desnivel, que se acentúa más a medida que los niños son mayores. Todo lo cual nos lleva a plantearnos algunas preguntas de interés:

¿Son las niñas inferiores a los niños en inteligencia?

¿Son de cualidad diversa?

¿Convendría hacer para ellas tests especiales, variando la modalidad del cálculo?

Influencia del límite del tiempo en uno y otra. ¿Quién se altera más?

¿Se emplean las mismas horas de estudio entre los niños que en las niñas?

Damos a continuación el fruto de diversas investigaciones:

Ballard (5) probó sus tests con 15.000 alumnos de las escuelas elementales, y dice: «Hay una marcada diferencia en las ejecuciones de ambos sexos, y una marcada semejanza en los resultados de ambos tests.»

Aritmética mecánica.

Edad.....	9	10				
Medias: chicos	11	20	29	38	46	53
— chicas.....	11	17	23	29	36	44

Claparède (6) da también distintos baremos para niños y niñas al aplicar los tests en las cuatro operaciones fundamentales. Estos mismos tests han sido aplicados en Madrid entre niños de suburbios, y también marcan la diferencia de sexos en una tonalidad análoga. El cuadro comparativo de las me-

(5) Ballard: Ob. cit.

(6) Claparède: Ob. cit.

dianas obtenidas como valores del test de cálculo, aplicado en distintas ciudades, con separación de sexos, lo ponemos a continuación (7):

Años.....	8	9	10	11	12	13	14
<i>Suma:</i>							
Madrid: niños.....	»	»	3	3	4	5	5
— niñas.....	»	»	3	4	4	4	5
Ginebra: niños.....	3	4	5	5	6	8	8
— niñas.....	3	3	4	5	6	6	6
<i>Resta:</i>							
Madrid: niños.....	»	»	3	4	5	5	5
— niñas.....	»	»	3	3	4	4	6
Ginebra: niños.....	4	4	5	7	9	10	11
— niñas.....	4	4	5	6	7	8	9
<i>Multiplicación:</i>							
Madrid: niños.....	»	»	3	2	3	3	3
— niñas.....	»	»	3	3	3	3	4
Ginebra: niños.....	2	3	3	3	5	6	5
— niñas.....	»	»	»	»	»	»	»
— niñas.....	2	2	3	3	4	5	5
<i>División:</i>							
Madrid: niños.....	»	»	0	1	1	2	2
— niñas.....	»	»	1	1	2	2	2
Ginebra: niños.....	0	2	2	2	3	3	3
— niñas.....	0	1	2	2	3	3	3

E) CONCLUSIONES.

I) *Mediata.*

1.^a Estudio de la realidad española psicológica y didáctica, en su doble proyección mecanicista y consiguiente reacción racionalista.

2.^a Estudio detenido de lo existente en el extranjero.

3.^a Elaboración de una escala, con la solución previa de las siguientes cuestiones:

- 1) Qué es preciso medir:
 - rapidez,
 - precisión,

(7) Comas y Lagos: *Práctica de las pruebas mentales y de instrucción.*

aptitud..., razonamiento..., mecánica del cálculo.
conocimientos aritméticos exigibles a los once-doce años.

2) Graduación de las dificultades e inclusión de todos los casos de dificultad que puedan presentarse en operaciones y en problemas.

3) Influencia del límite del tiempo en la alteración del juicio.

4) Cuántos ejercicios nos darán el índice de conocimientos en aritmética mecánica y en problemas y en qué proporción.

5) *El problema de la valoración.* La unidad, dice Ballard, no puede medir un proceso complejo, sino simple; por tanto, habría que determinar la fisonomía de los problemas para puntuar con la unidad, o ver qué puntuación correspondería a problemas más complejos, porque es evidentemente injusto puntuar con la unidad dos problemas de muy diversa dificultad.

II) *Inmediatas.*—Ensayar en diversas escuelas las escalas de Ballard, Gali y los ejercicios de recapitulación del 4.º y 5.º grados de *The new curriculum Workbooks in Arithmetic*, y comparar los resultados.

F) FUENTES.

a) **BIBLIOGRAFÍA.**—Existe abundante e interesante. Se impone una selección. Sólo se reseña la manejada:

CLAPARÈDE: *Comment diagnostiquer les aptitudes.* Tests de Aritmética. 1924.

BALLARD: *The new examiner.* Mathematic. 1927.

GALI: *La medida objetiva del trabajo escolar.* Cálculo aritmético. 1934.

BUYSE: *La experimentación en Pedagogía.* Tesis sobre asuntos matemáticos. 1930 a 1936.

COMAS Y LAGOS: *Práctica de las pruebas mentales y de instrucción.* Tests de rapidez de cálculo. 1935.

EYARALAR: *Metodología de la Matemática.* Los tests como elemento de valoración. 1940.

MORTON: *Teaching Arithmetic in the elementary Sschool.* Capítulo: el uso de los tests de examen. 1940.

Diversos e interesantes cuadernos de publicaciones recientes en Estados Unidos. 1945.

Arithmetic Workbook.

Arithmetic Workbook with diagnostic test and remedial exercises. Grados 1.º y 2.º

The new curriculum Workbooks in Arithmetic. Grados 4.º, 5.º, 6.º, 7.º y 8.º

Arithmetic Workbook.

Arithmetic Readiness. Dos grados.

Essential Drill and Practice in Arithmetic with standardized test. Tomos del 3.º al 8.º

Algunos artículos del *The Journal of Educational Psychology*. 1920 y 1923.

Psychological Examination for High School Students. Arithmetic.

b) VISITAS.

Al Instituto Psicotécnico de Madrid.

Grupo escolar «Isidro Almazán». Madrid.

Experiencias propias: Grupo escolar de niñas «Amador de los Ríos». Madrid.

AURORA MEDINA DE LA FUENTE