

DISEÑOS FACTORIALES COMPLEJOS EN LA INVESTIGACION PSICODIDACTICA

Fundamento

Las condiciones de experimentación se varían muchas veces para reducir los errores provenientes de algunas de las fuentes experimentales. Así, cuando se intenta determinar con rigor la superioridad de un método sobre otro, puede emplearse el procedimiento de aplicar una sola persona ambos métodos y estudiar la diferencia de resultados. Este procedimiento es en sí de los más utilizados y lo admitimos como valioso cuando no se dispone de personal aplicador experto y cuando no encontramos facilidades para ensayar los métodos en diferentes escuelas. Pero las conclusiones, dentro de su firmeza, se debilitan. ¿Hasta qué punto, se puede preguntar, ha influido la simpatía personal del experimentador hacia un método determinado? ¿Hasta qué punto dicho experimentador dominaba mejor un método que otro? Sería absurdo creer en un experimentador tan desubjetivizado que consiga actuar del mismo modo con los dos métodos o con todos los métodos a comparar. La participación vital en el proceso que más llega a su trasfondo personal aparecería durante su actuación y los escolares detectarían las diferencias en favor del método mejor dominado o más querido. Este primer problema se resuelve científicamente aumentando el número de experimentadores que apliquen los métodos (todos los métodos) para en el momento preciso determinar el influjo de los maestros sobre dichas vías. Este aumento de maestros está regido por las leyes del azar de tal modo que, se supone, varíe el dominio o la simpatía de los maestros hacia los diferentes métodos ya que si todos ellos sienten las mismas inclinaciones y dominan un procedimiento más que otros, el sesgo en favor de un método no se ha reducido.

Un segundo problema: las escuelas o alumnos. Es innegable la diferencia, a veces radical, existente entre las distintas insti-

tuciones escolares a causa de los alumnos que las integran. Estos alumnos difieren en desenvolvimiento intelectual, en formación cultural, en hábitos de trabajo, etc. Luego los resultados obtenidos en una sola escuela quedan limitados en su generalización a todas las de dichas características. ¿Quién sería capaz de transferir los resultados de un estudio hecho en escuela popular a escuelas de familias pudientes? ¿Es que no recordamos el influjo del ambiente familiar y social sobre el vocabulario (1)? Y el vocabulario es una de las pruebas de toque más simple para conocer el desenvolvimiento mental e instructivo, aunque nunca nos hable de capacidades o potencias latentes, sino de aptitudes o realidades en el momento del examen.

En este nuevo caso la superioridad de un método sobre otro pudiera muy bien atribuirse a la mejor adecuación de dicho método a las condiciones peculiares de la escuela. Se hace por ello necesario eliminar este influjo de la escuela o de los escolares que la componen (también pudiera justificarse en cuanto inclinación o entrenamiento en cierto tipo de método) mediante la aplicación a escuelas dispares tal cual surgirían en una buena selección muestral de todas las escuelas o centro de enseñanza del país o región de estudio.

Entonces cuando se pretende determinar la superioridad real de un método sobre otro es necesario tener en cuenta al mínimo los siguientes elementos: método, maestros o aplicadores y escolares o escuelas. En esencia son los elementos básicos del quehacer escolar, por lo que la experimentación no contraría ninguna de las teorías didácticas aunque precise su influencia.

M é t o d o

Por vía ejemplar, determinaremos una ruta no muy compleja: La superioridad de métodos para la enseñanza de la lectura. Los métodos son, por ejemplo, cuatro: literal, silábico, léxico y fra-

(1) GARCÍA Hoz, VÍCTOR, *Evolución cuantitativa del vocabulario en escolares de nueve a dieciocho años*, «Revista Española de Pedagogía», núm. 16; octubre-diciembre, 1946, págs. 403-433.

seológico. Disponemos para el ensayo de cinco maestros bien preparados que han estudiado principios y detalles de los cuatro métodos en litigio. Finalmente sólo podemos ensayar en tres tipos de escuelas o escolares, bajo el supuesto de perfecta elección muestral y condiciones análogas de los escolares (por ejemplo, niños que no saben leer ni han sido nunca enseñados a leer). En este caso hemos formulado un diseño factorial de $5 \times 4 \times 3$ (cinco maestros, cuatro métodos, tres tipos de escuelas).

Como diseño factorial nos produce un total de 60 combinaciones de las variables. Combinaciones todas distintas y referibles cada una a distinta condición experimental. Así cada maestro actúa con cuatro métodos y en tres tipos de escuela, por lo que los resultados pudieran diferir a causa del maestro. Igual acontece con las otras variantes. En nuestro caso el número mínimo de sujetos para la experimentación sería el de 60, más pronto se comprende la escasa flexibilidad de los resultados. Por esta razón el número total de escolares no debería ser nunca menor a 300. En el caso de actuación con el mínimo de sujetos los grados de libertad a tener en cuenta cuando se logre la tabla de análisis de varianza se puede resumir en el siguiente cuadro:

Maestros	4	Interacción Maestros $\times$ Métodos	12
Métodos	3	Interacción Maestros $\times$ Escuelas	8
Escuelas	2	Interacción Métodos $\times$ Escuelas	6
Interacción Maestros $\times$ Métodos $\times$ Escuelas			24

Elaboración técnica

Si admitimos que en nuestro estudio el número de niños enseñados por cada maestro y método en cada escuela es de diez, totalizaremos 600 escolares. Escolares que partiendo de la puntuación o consiguen otras puntuaciones después del examen final y que por simplificar totalizamos en la tabla I. Así el número 66 de la primera fila y columna de la tabla I quiere decir que entre los diez escolares de tal encasillamiento han totalizado 66 puntos, lo que pudiera haberse distribuido del siguiente modo (3, 4, 5, 6, 6, 7, 8, 8, 9, 10).

De estas puntuaciones iniciales se puede obtener la varianza total con 599 grados de libertad y también se puede averiguar la varianza dentro de los grupos con el procedimiento ordinario (2). Va-

Tabla I.—Totales de cada grupo de 10 alumnos

		Ma ₁	Ma ₂	Ma ₃	Ma ₄	Ma ₅	
E ₁ ...	Me ₁	66	65	67	64	66	328
	Me ₂	72	73	71	74	76	366
	Me ₃	78	80	77	83	81	399
	Me ₄	80	83	86	85	87	421
E ₂ ...	Me ₁	60	63	61	65	62	311
	Me ₂	74	69	76	71	70	360
	Me ₃	75	73	77	74	79	378
	Me ₄	83	82	80	78	77	400
E ₃ ...	Me ₁	73	74	72	75	76	370
	Me ₂	80	79	84	86	81	410
	Me ₃	90	88	87	85	91	441
	Me ₄	92	96	95	98	99	480
		923	925	933	938	945	4664

Tabla II.—Totales cuando eliminamos influjo de métodos

	Ma ₁	Ma ₂	Ma ₃	Ma ₄	Ma ₅	
E ₁	296	301	301	306	310	1514
E ₂	292	287	294	288	288	1449
E ₃	335	337	338	344	347	1701
	923	925	933	938	945	4064

(2) FERNÁNDEZ HUERTA, J., *El diseño factorial 2 x 2 en la investigación psicodidáctica*, «Revista Española de Pedagogía», núm. 52, octubre-diciembre, 1955, páginas 292-301.

Tabla III.—Totales cuando eliminamos influjo de escuelas

	Ma ₁	Ma ₂	Ma ₃	Ma ₄	Ma ₅	
Me ₁	199	202	200	204	204	1009
Me ₂	226	221	231	231	227	1136
Me ₃	243	241	241	242	251	1218
Me ₄	255	261	261	261	263	1301
	923	925	933	938	945	4664

Tabla IV.—Totales cuando eliminamos influjo de maestros

	Me ₁	Me ₂	Me ₃	Me ₄	
E ₁	328	366	399	421	1514
E ₂	311	360	378	400	1449
E ₃	370	410	441	480	1701
	1009	1136	1218	1301	4664

rianza dentro de los grupos que podrá servir para determinar la significación de la hipótesis inicial, aunque otras veces se emplee la varianza correspondiente a la interacción de todas las variables principales.

En nuestro caso la suma de cuadrados dió como total 743'66 y la suma de cuadrados dentro de los grupos: 221'28.

1. Para determinar la suma de cuadrados correspondientes a sesenta combinaciones de las variables principales se actúa con los sesenta totales de la tabla I.

$$\text{Será: } \frac{66^2}{10} + \dots + \frac{99^2}{10} - \frac{4664^2}{600} = 36.768,2 - 36.254,83 = 513,37$$

2. Para averiguar el influjo de maestros y escuelas recurriremos a la tabla II formada al totalizar los resultados de cada maestro con los diferentes métodos en cada escuela

$$296 = 66 + 72 + 78 + 80$$

$$\text{Para maestros: } \frac{923^2}{120} + \dots + \frac{945^2}{120} - \frac{4664^2}{600} = 2,77$$

$$\text{Para escuelas: } \frac{1514^2}{200} + \dots + \frac{1701^2}{200} - \frac{4664^2}{600} = 171,16$$

Para interacción maestros $\times$ escuela se determina la suma de cuadrados total de la tabla II y se le resta las dos sumas de cuadrados extraídas (las de Maestros y Escuelas).

$$\text{Suma cuadrados: } \frac{296^2}{40} + \dots + \frac{347^2}{40} - \frac{4664^2}{600} = 177,52$$

$$\text{Interacción: } 177,52 - 2,77 - 171,16 = 3,59.$$

3. Para hallar el influjo de maestros y métodos recurriremos a la tabla III, obtenida al totalizar los resultados de cada maestro con las diferentes escuelas y con cada método $199 = 66 + 60 + 73$. Para maestros (ya calculada).

$$\text{Para métodos: } \frac{1009^2}{150} + \dots + \frac{1301^2}{150} - \frac{4664^2}{600} = 309,85$$

$$\text{Suma cuadrados total: } \frac{199^2}{30} + \dots + \frac{263^2}{30} - \frac{4664^2}{600} = 316,44$$

$$\text{Interacción: } 316,44 - 309,85 - 2,77 = 3,82.$$

4. Para interacción método $\times$ escuelas recurriremos a la tabla IV, conseguida al totalizar los resultados de cada método con los diferentes maestros y en cada escuela $328 = 66 + 65 + 67 + 64 + 66$.

$$\text{Suma de cuadrados total: } \frac{328^2}{50} + \dots + \frac{480^2}{50} - \frac{4664^2}{600} = 486,53$$

$$\text{Interacción: } 486,53 - 171,16 - 309,85 = 5,52.$$

5. Cálculo de la interacción de segundo orden. Es decir, de la interacción conjunta de maestros $\times$ métodos $\times$ escuelas como explicativa o coadyuvante del total de la varianza. La importancia de este cálculo es extraordinaria ya que en ciertos casos sirve de contraste para la determinación de la significación de resultados.

Subtabla V para interacción parcial

Ma ₁					
	Me ₁	Me ₂	Me ₃	Me ₄	
E ₁	66	72	78	80	296
E ₂	60	74	75	83	292
E ₃	73	80	90	92	335
	199	226	243	255	923

Subtabla VI para interacción parcial

Ma ₂					
	Me ₁	Me ₂	Me ₃	Me ₄	
E ₁	65	73	80	83	301
E ₂	63	69	73	82	287
E ₃	74	79	88	96	337
	202	221	241	261	925

Subtabla VII para interacción parcial

Ma ₃					
	Me ₁	Me ₂	Me ₃	Me ₄	
E ₁	67	71	77	86	301
E ₂	61	76	77	80	294
E ₃	72	84	87	95	338
	200	231	241	261	933

Subtabla VIII para interacción parcial

Ma ₄					
	Me ₁	Me ₂	Me ₃	Me ₄	
E ₁	64	74	83	85	306
E ₂	65	71	74	78	288
E ₃	75	86	85	98	344
	204	231	242	261	938

Subtabla IX para interacción parcial

Ma ₅					
	Me ₁	Me ₂	Me ₃	Me ₄	
E ₁	66	76	81	87	310
E ₂	62	70	79	77	288
E ₃	76	81	91	99	347
	204	227	251	263	945

En nuestro caso el cálculo podría hacerse por simple diferencia. A la suma de cuadrados de las 60 combinaciones se le restan todas las sumas de cuadrados definidas después: $513,37 - 2,77 - 171,16 - 3,59 - 309,85 - 3,82 - 5,52 = 16,66$.

Mas a efectos didácticos y para que por generalización pueda extenderse a casos con interacciones de tercer grado, explicaremos el procedimiento. Para ello se forman las tablas auxiliares V a IX. Tablas formadas con la máxima facilidad al elegir una de las variantes y extraer los elementos referidos a cada subvariable. Así de cada columna de la tabla I hemos obtenido un cuadro o tabla auxiliar.

Con cada tabla auxiliar se procede del mismo modo. Se determina la suma de cuadrados total. Se determina la suma de cua-

drados de los totales de filas. Se determina la suma de cuadrados de los totales de columnas. Y finalmente se restan las dos últimas sumas de la primera. La diferencia es una interacción parcial de segundo grado. La suma de todas las interacciones parciales de segundo grado disminuida en la interacción de primer grado correspondiente a las otras dos variantes (recogida en la tabla IV) nos da la interacción buscada.

Subtabla V:

Suma total de cuadrados:

$$\frac{66^2}{10} + \dots + \frac{92^2}{10} - \frac{923^2}{120} = 91,3$$

Suma cuadrados filas:

$$\frac{296^2}{40} + \dots + \frac{335^2}{40} - \frac{923^2}{120} = 28,22$$

Suma cuadrados columnas:

$$\frac{199^2}{30} + \dots + \frac{255^2}{30} - \frac{923^2}{120} = 58,97$$

Interacción parcial:

$$Ma_1 (Me \times E) = 91,3 - 58,97 - 28,22 = 4,11$$

Subtabla VI:

El mismo proceso que con la anterior pero a base de los números que figuran en su interior y en sus márgenes.

Interacción parcial:

$$Ma_2 (Me \times E) = 100,09 - 64,69 - 33,26 = 2,14$$

Subtabla VII:

Interacción parcial:

$$Ma_3 (Me \times E) = 97,42 - 64,69 - 27,94 = 4,79$$

Subtabla VIII:

Interacción parcial:

$$Ma_4 (Me \times E) = 104,17 - 56,70 - 40,87 = 6,60$$

Subtabla IX:

Interacción parcial:

$$Ma_5 (Me \times E) = 117,63 - 68,63 - 44,45 = 4,55$$

Interacción de segundo grado:

Maestros $\times$ métodos $\times$ escuelas

$$Ma \times Me \times E = \Sigma Ma_j (Me \times E) - Me \times E = 4,11 + 2,14 + 4,79 + 6,60 + 4,55 - 5,52 = 16,67$$

(Igual a la obtenida por el método anterior, ya que la diferencia es por las aproximaciones, y que nos sirve de comprobación de todos los cálculos efectuados hasta ahora.)

6. Elaboración definitiva de la tabla de análisis de varianza.

Con los cálculos anteriores disponemos de todos los datos (supuesta la homogeneidad de varianzas para construir la tabla X base de nuestras consideraciones. Tabla en la que hemos determinado no sólo la significación de la diferencia de los maestros o de los métodos o de las escuelas, sino la de la interacción entre dichos principales variables. La eficiencia del trabajo se advierte por la economía de pruebas realizadas respecto del sistema de un sólo factor.

Tabla X.—Análisis completo del diseño experimental

ORIGEN	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Cuadrado medio	F	Hipótesis (Variación sistemática)	Hipótesis (Escuelas aleatorias)
Maestros	2,77	4	0,69	1,68	Aceptada	Aceptada
Métodos	309,85	3	103,28	251,90	Rechazada	Rechazada
Escuelas	171,16	2	85,58	208,73	Rechazada	Rechazada
Maestros $\times$ Métodos	3,82	12	0,32	0,78	Aceptada	Aceptada
Maestros $\times$ Escuelas	3,59	8	0,45	1,10	Aceptada	}
Métodos $\times$ Escuelas	5,52	6	0,92	2,24	Dudosa...	
Maest. $\times$ Mét. $\times$ Esc.	16,67	24	0,69	1,68	Dudosa...	
Dentro de grupos...	221,28	540	0,41			
TOTAL	734,66	599				

INTERPRETACIÓN DEL CUADRO

Dos son los grandes procedimientos para proceder a interpretar los resultados obtenidos. El *primero* consiste en suponer que todas las variables estudiadas han sido variadas sistemáticamente de tal modo que no representan selecciones fortuitas de alguna población definida. En este caso el cuadro medio correspondiente a la suma de cuadrados dentro de los grupos es una buena estimación del error experimental que nos ha de servir para probar la significación de los otros cuadrados medios. Procedimiento que hemos empleado por ser el más frecuente entre nosotros en los que tanto las escuelas como los maestros, e incluso los métodos a considerar, están sometidos a ciertas directrices que dificultan la pura elección aleatoria.

Peró si las escuelas fuesen elegidas por procedimientos aleatorios entonces el cuadrado medio comparativo sería el correspondiente a la interacción de segundo grado siempre que sea significativamente superior a la que antes hemos utilizado. Y en este *segundo* caso al efectuar las nuevas comprobaciones podemos recurrir a una nueva estimación del cuadrado medio. Consiste en determinar si las otras dos interacciones de primer grado en las que interviene la escuela son o no significativas. En el caso de no serlo se procede a la totalización de las sumas de cuadrados de dichos grupos para actuar después con un conjunto de más grados de libertad.

En nuestro caso, si las escuelas fuesen aleatoriamente elegidas nos encontraríamos con el nuevo cuadrado medio como eje de comparación: 0,69. Al elevar el divisor, el valor de F, correspondiente a la interacción métodos $\times$ escuelas, desciende hasta no ser significativo. Agrupamos ahora las tres últimas interacciones en las que interviene el factor escuela para lograr los siguientes valores: Error experimental (interacciones agrupadas) $(3,59 + 5,52 + 16,67) : 38 = 20,78 : 38 = 0,55$.

Con este nuevo divisor subsisten las significaciones de diferencias de métodos y de escuelas apreciadas en la tabla X de modo destacado.

La interpretación en el *primer caso* es como sigue:

a) Es indudable que los resultados conseguidos por los cuatro métodos de enseñar la lectura marcan una diferencia mayor a la que podría atribuirse al mero azar. Luego, algún método es francamente superior o francamente inferior. (La definición de superioridad es problema a resolver con los datos que tenemos, pero que se separa de nuestro plan general.)

b) Es indudable que la diferencia entre las tres escuelas es muy significativa. Luego alguna de las escuelas es superior o inferior al resto.

c) Aunque cercano a la duda, no debemos siquiera dudar sobre si los maestros enseñan unos mejor que otros. Las diferencias debemos atribuir las a la fortuidad de la experiencia.

d) Existe cierta probabilidad, significativa al 5 por 100 (dudosa para los exigentes), de que la superioridad de los métodos vaya algo condicionada por la superioridad de la escuelas. Luego los métodos mejores han destacado sobre todo en las escuelas mejores y las escuelas mejores se han beneficiado más de los mejores métodos.

e) Esta probabilidad aparece cuando estudiamos la interacción de segundo orden. Este se explicaría así: Los maestros destacan ligeramente su superioridad cuando actúan con los mejores métodos y en las mejores escuelas. La F que no era significativa se convierte en significativa. También podría afirmarse que la pujanza en los métodos y escuelas fuerza la diferenciación de los maestros de un modo simplemente significativo. Con menos vigor interpretativo, pero con el mismo científico se afirmaría: Las diferencias observadas entre métodos o entre escuelas dependen de escuelas y maestros o de métodos y maestros. Mas las otras significaciones fuerzan en favor de las que inician este párrafo.

La interpretación en el segundo caso es mucho más simple.

Aceptamos las a) y b) anteriores. También aceptamos la c), pero la d) queda anulada. Es decir, se mantiene la independencia de los influjos de métodos y escuelas.

JOSÉ FERNÁNDEZ HUERTA

Colaborador científico del C. S. L. C.