

La cuestión de la idoneidad de los vídeos educativos de matemáticas: una experiencia de análisis con futuros maestros de educación primaria

The issue of didactical suitability in mathematics educational videos: experience of analysis with prospective primary school teachers

Dra. María BURGOS. Profesora Contratada Doctora. Universidad de Granada (mariaburgos@ugr.es).

Dr. Pablo BELTRÁN-PELLICER. Profesor Asociado. Universidad de Zaragoza (pbeltran@unizar.es).

Dr. Juan D. GODINO. Catedrático. Universidad de Granada (jgodino@ugr.es).

Resumen:

La cantidad de vídeos educativos disponibles en Internet sobre los más variados temas está aumentando a un ritmo acelerado. Así, nos encontramos vídeos de matemáticas que cubren prácticamente cualquier tópico curricular, aunque su calidad como recurso didáctico es muy desigual. En consecuencia, es necesario proporcionar a los profesores herramientas que les permitan analizar la pertinencia del uso de estos vídeos, teniendo en cuenta los diversos aspectos implicados. En este trabajo se describe el diseño, implementación y resultados de una acción formativa

con 93 futuros maestros de educación primaria, orientada al desarrollo de la competencia de análisis de la idoneidad didáctica de vídeos sobre proporcionalidad. El análisis *a priori* del vídeo reveló errores e imprecisiones significativas en las definiciones, proposiciones y procedimientos, así como carencias o inexactitudes en los argumentos, por lo que el nivel de idoneidad epistémica se valora como media. Sin embargo, la mayoría de los futuros docentes valoraron su grado de idoneidad como alto en casi todos los componentes. Los estudiantes consideran positivo el estudio de la idoneidad didáctica y su implementación a través de

Trabajo realizado en el marco del proyecto de investigación EDU2016-74848-P (AEI, FEDER) y Grupos FQM-126 (Junta de Andalucía) y S36_17D (Gobierno de Aragón y Fondo Social Europeo), España.

Fecha de recepción de la versión definitiva de este artículo: 25-11-2019.

Cómo citar este artículo: Burgos, M., Beltrán-Pellicer, P. y Godino, J. D. (2020). La cuestión de la idoneidad de los vídeos educativos de matemáticas: una experiencia de análisis con futuros maestros de educación primaria | *The issue of didactical suitability in mathematics educational videos: experience of analysis with prospective primary school teachers*. *Revista Española de Pedagogía*, 78 (275), 27-49. doi: <https://doi.org/10.22550/REP78-1-2020-07>

<https://revistadepedagogia.org/>

ISSN: 0034-9461 (Impreso), 2174-0909 (Online)

componentes e indicadores, considerando que esta actividad facilita la reflexión profesional. No obstante, el dominio de esta herramienta requiere incrementar el número y variedad de vídeos para analizar y mayor discusión colectiva de los resultados de los análisis que realizan los estudiantes.

Descriptores: formación de profesores, enfoque ontosemiótico, idoneidad didáctica, vídeos educativos, proporcionalidad.

Abstract:

The number of educational videos available on the internet on the most varied topics is rapidly increasing. These include mathematics videos that cover virtually any type of curriculum content. However, their quality as a learning resource varies greatly. As a result, it is necessary to provide teachers with tools to enable them to analyse the appropriateness of using educational videos, considering the various aspects involved. This paper describes the design, implementation and results

of an educational intervention with 93 prospective primary school teachers, focussed on developing their ability to analyse the educational suitability of videos about proportionality. Preliminary analysis of the video revealed significant errors and inaccuracies in the definitions, propositions, and procedures, as well as shortcomings and inaccuracies in the arguments, and so its level of epistemic suitability is rated as medium. However, the majority of the prospective teachers rated its degree of suitability as high in almost all components. Students regard studying didactic suitability and implementing it through components and indicators as positive, believing that this activity facilitates professional reflection. However, mastering this tool requires analysing a greater number and variety of videos and further collective discussion of the results of the analyses performed by the students.

Keywords: teachers' education, onto-semiotic approach, didactical suitability, educational videos, proportionality.

1. Introducción

El uso de vídeos educativos disponibles en YouTube y otras plataformas ha crecido de forma desorbitada en los últimos años, convirtiéndose en un prometedor recurso de aprendizaje para los estudiantes y el público en general (Azer, AlGrain, AlKhelaif, y AlEshaiwi, 2013).

Estos recursos educativos y los modelos pedagógicos que los usan, como la *clase invertida* (*flipped learning*) (Bergmann y

Sams, 2012), deben ser un tema de investigación educativa ya que no está claro cómo es posible lograr un aprendizaje significativo mediante el visionado de clases grabadas. De hecho, diversos investigadores discuten el papel que el uso de YouTube y otros medios sociales puede jugar en la educación formal, analizando cómo se organizan los recursos *online* y cómo pueden ser insertados como herramientas informales en contextos educativos precisos (Borba, Askar, Engelbrecht, Gadaniadis, Llinares y

Aguilar, 2016; Dabbagh y Kitsantas, 2012; Duffy, 2008; Portugal, Arruda y Passos, 2018; Ramírez, 2010). Se considera necesario que desde la didáctica se indague sobre la adecuación de los recursos educativos en línea, asegurando que la tecnología esté en concordancia con los objetivos de aprendizaje (Turney, Robinson, Lee y Soutar, 2009).

Las investigaciones en didáctica de las matemáticas sobre la utilización de vídeos educativos señalan la importancia de que los propios docentes valoren y recomienden los vídeos idóneos para su alumnado (Beltrán-Pellicer, Giacomone y Burgos, 2018; Ruiz-Reyes, Contreras, Arteaga y Oviedo, 2017; Santos, 2018), dado que algunos de ellos muestran procedimientos formalmente incorrectos, no todos indican el nivel educativo al que se dirigen, o los significados puestos en juego pueden no ser pertinentes con lo que se está tratando en clase. En este sentido, resulta clara la necesidad de diseñar e implementar experiencias formativas que permitan promover el crecimiento profesional y el desarrollo de conocimientos y competencias en el profesorado (Chapman, 2014; English, 2008; Mason, 2016; Ponte y Chapman, 2016; Sadler, 2013).

Dentro de esta problemática, el objetivo de la presente investigación es el diseño, implementación y evaluación de una acción formativa con futuros maestros de educación primaria, focalizada en el desarrollo de conocimientos y competencia para el análisis de la idoneidad epistémica de vídeos educativos sobre proporcionalidad disponibles en Internet.

El trabajo se estructura en los siguientes apartados. En la sección 2 se describe

el marco teórico y el problema específico de investigación. La sección 3 describe el diseño del proceso formativo experimentado. En la sección 4 se incluye el análisis *a priori* del vídeo sobre proporcionalidad que es usado como instrumento de evaluación de las competencias logradas por los futuros profesores. La sección 5 muestra detalladamente los resultados de la experiencia, analizando de manera cualitativa y cuantitativa los informes elaborados de manera individual por los futuros profesores. La última sección incluye la síntesis, implicaciones y limitaciones de la investigación.

2. Marco teórico y problema de investigación

En el campo de investigación sobre formación de profesores de matemáticas se están usando diferentes marcos teóricos para categorizar y promover los diferentes tipos de conocimientos y competencias profesionales (Pino-Fan y Godino, 2015). Consideramos que el modelo de Conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (CCDM) (Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017; Breda, Pino-Fan y Font, 2017), elaborado en el marco del Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos (EOS) (Godino, Batanero y Font, 2007), proporciona herramientas pertinentes para abordar nuestro problema de investigación. Este modelo resalta la importancia de diseñar e implementar recursos formativos que promuevan la competencia de análisis de la idoneidad didáctica por parte de los profesores. La noción de *idoneidad didáctica* se entiende como el grado en que un proceso de instrucción reúne ciertas características que permiten calificarlo

como óptimo o adecuado, siendo el principal criterio la adaptación entre los significados personales construidos por los alumnos (aprendizaje) y los significados institucionales, ya sean pretendidos o implementados (enseñanza), considerando la influencia del entorno (Godino, 2013). Esto supone la articulación coherente y sistémica de seis criterios relativos a las facetas que intervienen en un proceso de instrucción (Godino et al., 2007): epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional.

Se considera que un proceso de instrucción matemática tiene mayor idoneidad epistémica en la medida en que los significados institucionales implementados (o pretendidos) representan bien a un significado de referencia. El significado de referencia será relativo al nivel educativo correspondiente y deberá ser elaborado teniendo en cuenta los diversos tipos de problemas y contextos de uso del contenido objeto de enseñanza, así como las prácticas operativas y discursivas requeridas (Godino, 2013). Así, será necesario tener en cuenta el grado de adecuación de las situaciones-problemas, pero también será necesario prestar atención a la diversidad y adecuación de las representaciones, definiciones, procedimientos y proposiciones, así como a los argumentos que las sustentan. Una alta idoneidad desde el punto de vista epistémico requiere que las situaciones-problema propuestas involucren diversas representaciones, permitan a los estudiantes diversas maneras de abordarlas y requieran que los estudiantes interpreten, generalicen y justifiquen las soluciones. Además, los diversos significados parciales de los objetos matemáticos que aparecen involucrados de-

ben estar conectados y articulados (Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy, 2011).

El uso de la idoneidad didáctica permite al profesor hacer una reflexión sistemática sobre su propia práctica (Aroza, Godino y Beltrán-Pellicer, 2016; Beltrán-Pellicer, Godino y Giacomone, 2018; Posadas y Godino, 2017), pero también se puede aplicar para analizar aspectos parciales de los procesos instruccionales, como el uso de recursos tecnológicos. De manera específica, Beltrán-Pellicer, Giacomone y Burgos (2018) apoyándose en las herramientas teórico-metodológicas del EOS, analizaron el grado de idoneidad epistémica de una selección de los vídeos educativos más vistos por los usuarios en YouTube™ en relación con problemas de reparto proporcional. Encontraron, por un lado, una gran diversidad de enfoques y métodos de resolución, lo que puede interferir con el proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula si estos vídeos no han sido previamente seleccionados o grabados por el docente. Por otro lado, la idoneidad epistémica de la muestra de vídeos analizados era muy desigual, con vídeos con errores e imprecisiones, además de que muchos de ellos ofrecían un tratamiento poco representativo o articulado del contenido matemático. Finalmente, observaron que los vídeos con métricas de mayor popularidad no coinciden con los más idóneos. Este trabajo constituye el principal antecedente de nuestra investigación.

Consideramos que sería deseable que los profesores conozcan la herramienta idoneidad didáctica y adquieran competencia para su uso en el análisis crítico de los recursos educativos, particularmente del uso de vídeos disponibles en Internet.

Por otra parte, diversas investigaciones señalan que tanto los profesores en formación inicial como en servicio presentan dificultades para enseñar conceptos relacionados con la proporcionalidad (Bartell, Webel, Bowen y Dyson, 2013; Ben-Chaim, Keret e Ilany, 2012; Berk, Taber, Gorowara y Poetzl, 2009; Hilton y Hilton, 2018). Se hace preciso que la formación de profesores tenga en cuenta el desarrollo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas con relación a este tema, diseñando e implementado intervenciones formativas específicas. Esta es la razón por la cual el tema del vídeo, cuyo análisis se propone a los profesores en formación, es la proporcionalidad.

3. Diseño del proceso formativo

La experiencia formativa se realizó en el marco de la asignatura de Diseño y Desarrollo del Currículum en Educación Primaria durante el año lectivo 2018-2019, con noventa y tres estudiantes de tercer curso del Grado de Educación Primaria.

Durante los estudios de grado, los futuros profesores han recibido formación específica sobre aspectos epistémicos (contenido matemático), cognitivos (aprendizaje matemático, errores y dificultades), instruccionales y curriculares, de forma que en el momento en que se desarrolla la experiencia, los estudiantes deben ser capaces de poner en práctica el conocimiento adquirido para analizar, diseñar, fundamentar procesos de enseñanza-aprendizaje de acuerdo a unos contenidos específicos (en nuestro caso la proporcionalidad).

Además, de forma previa al desarrollo de esta investigación, y de acuerdo con el modelo CCDM asumido, se habían llevado a cabo talleres de formación con el grupo de estudiantes focalizados en el desarrollo de la competencia de análisis de significados globales (basado en la identificación de situaciones-problemas y prácticas operativas, discursivas y normativas implicadas en su resolución), y el análisis ontosemiótico de las prácticas (descripción de la trama de objetos y procesos implicados en las prácticas) que se ponen en juego en la actividad matemática de solución de problemas que involucran la proporcionalidad.

En la primera sesión se desarrolló un taller de dos horas de duración en el que se presentaron las características de la teoría de idoneidad didáctica y cómo se articulan entre sí las distintas dimensiones epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica de un proceso de estudio determinado. Se pretende involucrar a los futuros maestros en una reflexión sobre la necesidad de disponer de un sistema de indicadores específicos que permitan valorar la práctica docente de manera sistemática.

En la siguiente sesión, también de dos horas de duración, los futuros maestros debían trabajar en equipos para analizar la idoneidad epistémica de vídeos educativos en línea, sobre proporcionalidad. El trabajo inicial en grupo permite a los estudiantes contrastar, discutir y enriquecer sus propuestas de valoración de idoneidad epistémica de distintos vídeos educativos en relación con la proporcionalidad.

En la tercera fase, los estudiantes realizaron de manera individual las tareas que se describen en la siguiente sección como instrumento de evaluación final y cuyos resultados analizamos en este trabajo.

4. Análisis *a priori* de la idoneidad epistémica del vídeo

En este apartado realizamos el análisis de la idoneidad epistémica, esto es, del conocimiento matemático que se pone en juego en el vídeo, que servirá de referencia para interpretar las respuestas dadas por los estudiantes a la valoración de la idoneidad del vídeo educativo. El análisis y valoración *a priori* fue realizada de forma independiente por los investigadores y confrontada después para decidir una valoración común.

El vídeo educativo que se analiza¹ trata el tema de la proporcionalidad directa desde el punto de vista aritmético presentando las nociones de razón y proporción (Ben-Chaim, Keret e Ilany, 2012). Se trata de que los futuros maestros vean detenidamente el vídeo y decidan, de manera crítica y siguiendo los componentes e indicadores de idoneidad epistémica (Godino et al., 2007; Godino, 2013), su grado de idoneidad.

En general, las situaciones-problema propuestas en el vídeo aparecen contextualizadas y las ideas matemáticas están conectadas. Se proponen diversas maneras para abordar los problemas, pero consideramos que la muestra de dichos problemas no es suficientemente representativa ni articulada. Los métodos de solución que propone se aplican únicamente a problemas de valor perdido, en los que *a priori* se asume la condición de regularidad, y no se consideran, por ejemplo, problemas de comparación de razones. El vídeo cuenta con una gran riqueza de registros y representaciones lingüísticas: registros natural (tanto oral como escrito), simbólico (numérico o algebraico), tabular y gráfico.

Por otro lado, hemos identificado algunos errores e imprecisiones en la presentación de las reglas (definiciones y proposiciones) y los argumentos:

- Error de expresión en el tratamiento de las simplificaciones de las fracciones. Para simplificar se tachan los números que aparecen en el numerador y denominador dejando como superíndice los factores que van quedando al cancelar términos.

GRÁFICO 1. Captura de pantalla del minuto 7.

Método de Igualdad de Cocientes

M_1 : Camisas (unidades)

M_2 : Tela (m^2)

$$\frac{x}{72} = \frac{4}{32} \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 72}{8 \cdot 32} = 9$$

Fuente: Clasmáticas, 2012.

- Error en la definición de razón y proporción.

(1:00) «La razón, matemáticamente hablando, quiere decir cociente. La proporción, la razón, el cociente entre esas dos magnitudes siempre es el mismo».

Aquí observamos un uso incorrecto de los conceptos de *razón* y *proporción*. Una razón no siempre es un cociente y no es lo mismo razón que proporción, confusión encontrada con alguna frecuencia en la práctica de la enseñanza.

- La regla de *a doble, doble* no tiene por qué denotar positivamente una relación de proporcionalidad directa.

(3:20) Presenta un «truco» para saber si dos magnitudes son directamente proporcionales: «Para saber si dos magnitudes guardan proporción directa basta comprobar que se cumple que al doble de una le corresponde el doble de la otra, al triple el triple».

Esta es una condición necesaria pero no suficiente para que dos magnitudes sean directamente proporcionales. La proporcionalidad de magnitudes es una función lineal establecida entre las cantidades de dichas magnitudes.

- Cuando se justifica la relación de proporcionalidad directa se basa en la rela-

ción, al doble de una magnitud corresponde el doble de la otra.

(4:30) A continuación, indica a los alumnos la pregunta que deben formularse después de localizar las magnitudes: «¿Al doble de camisas necesitaré el doble de tela?»

(4:43) «Si la respuesta es sí, que naturalmente en este vídeo va a ser sí, porque si no, nos estaríamos dedicando a otro tipo de proporcionalidad [...] estamos ante un problema de proporción directa».

Esto es incorrecto. La respuesta a una pregunta como la que formula puede ser no y que no aparezca involucrada ninguna otra situación de proporcionalidad.

- No se argumentan las operaciones en una proporción ni el porqué de la multiplicación en cruz.

Consideramos que el grado de idoneidad respecto a las relaciones entre objetos, en una escala ordinal de baja, media, alta, es media, ya que no todas las proposiciones y procedimientos tienen un argumento asociado. Además, los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas aparecen identificados en algunas ocasiones, pero no siempre, por lo que también en este aspecto el grado de idoneidad es media.

GRÁFICO 2. Captura de pantalla en el minuto 8:15. Método general.

Método General de Proporcionalidad

M_1 : Camisas	M_2 : Tela	$\frac{X}{4} = \frac{72}{32}$
(unidades)	(m ²)	

Fuente: Clasemáticas, 2012.

(8:15) «Es decir, está la igualdad de cocientes entre las magnitudes, dentro de ellas mismas o comparándola con la otra magnitud, luego este cociente también es cierto».

En el primer método que presenta, el de «igualdad de cocientes», utiliza razones externas. Aquí, en el que el autor llama «método general de proporcionalidad», emplea razones internas, sin argumentar apropiadamente la relación entre ambas proporciones. Además, emplea

el término proporción en lugar de razón para referirse a las fracciones que aparecen en la pantalla.

El último procedimiento para resolver problemas de proporcionalidad que presenta el autor del vídeo es la regla de tres.

(11:35) «Las magnitudes se colocan en forma de columna: ponemos x es a 72 como 4 camisas es a 32».

GRÁFICO 3. Captura de pantalla en el minuto 11:47. Método de la regla de tres.

Método de la Regla de Tres

M_1 : Camisas (unidades) M_2 : Tela (m^2)

x ————— 72 $\Rightarrow x = \frac{4 \cdot 72}{32} =$

4 ————— 32

Fuente: Clasesmáticas, 2012.

(11:47) «Y esto en realidad, si pudierais echar el vídeo hacia atrás, es el método general, lo que pasa es que no sé por qué os encanta esto de poner las flechas. El método general tiene una argumentación matemática y este no tanta».

Relaciona el método de regla de tres, que luego resuelve por multiplicación en cruz, con el método general. Se refiere a una «regla de tres degenerada», es decir, no plantea la ecuación proporcional, distinguiendo ese como otro método. Por lo tanto, lo que denomina como «regla de tres» es la disposición diagramática (me-

dante flechas) acompañada de la multiplicación en cruz, que no aparece justificada en el vídeo.

En función de estos análisis se valora cuantitativamente el grado de idoneidad epistémica del vídeo en cada uno de los seis componentes, puntuándose cada indicador según su contribución a la idoneidad sea baja, media o alta (0, 1 o 2 puntos, respectivamente). La puntuación total máxima será, por tanto, de 12. En la Tabla 1 figuran las puntuaciones asignadas por el equipo investigador.

TABLA 1. Valoración de la idoneidad epistémica según componentes.

Componente	Puntuación asignada al vídeo
Situaciones-problema	1
Lenguajes	2
Reglas	1
Argumentos	1
Relaciones entre objetos	1
Articulación de significados	1
Puntuación final	7

Fuente: Elaboración propia.

5. Resultados

Para la segunda sesión de trabajo, se propuso a los estudiantes que, en primer lugar, vieran en casa tres vídeos² sobre repartos directamente proporcionales con distinto grado de idoneidad. De manera individual debían decidir el mayor o menor grado de idoneidad de los mismos, así como su nivel de algebrización, teniendo en cuenta el tipo de solución desarrollada. Después, en clase, debían discutir con el grupo de trabajo sus valoraciones, elaborando después una propuesta grupal sobre el grado de idoneidad de los distintos vídeos. Las consignas dadas a los estudiantes para analizar los vídeos son las mismas que se plantean en la tarea final. Es decir, se tienen en cuenta: a) la variedad de situaciones-problemas propuestos; b) presencia de distintos registros de representación; c) claridad y corrección de las definiciones, proposiciones y procedimientos; d) argumentación de las proposiciones y procedimientos.

Como resultado de esta sesión, observamos que los futuros maestros pasaban

por alto los errores en definiciones, proposiciones o procedimientos presentes en los vídeos y que en la puesta en común en su grupo de trabajo resultaba difícil consensuar el grado de idoneidad de los distintos vídeos. Discutir las propuestas individuales les llevó en muchos casos a modificar su análisis *a priori*, identificando nuevos elementos en el análisis que habían pasado desapercibidos.

En esta sección analizamos las respuestas dadas por los estudiantes a la tarea de evaluación final (tercera sesión de trabajo) y que reflejan, por consiguiente, los aprendizajes logrados por dichos estudiantes. Después, se analizan las respuestas dadas a la consigna de valoración cuantitativa en cada uno de los seis componentes de la idoneidad, así como la adecuación global del vídeo.

En la Tabla 2 se indican las frecuencias y porcentajes de las respuestas dadas sobre las características de las situaciones-problemas presentadas en el vídeo.

TABLA 2. Variedad de situaciones-problemas propuestos (n=93).

Características de las situaciones	Frecuencias (%)
Se presenta una muestra representativa y articulada de problemas	83 (89.25)
Las situaciones aparecen contextualizadas	83 (89.25)
Las ideas matemáticas están conectadas	87 (93.55)
Se proponen diversas maneras de abordar los problemas	89 (95.70)

Fuente: Elaboración propia.

Observamos que de forma mayoritaria los estudiantes reconocieron adecuadamente que en el vídeo educativo analizado las situaciones aparecen contextualizadas, las ideas están conectadas y se incluyen diversas formas de abordar los problemas. También en su mayoría (89.25 %) aceptaron que se presenta una muestra representativa y articulada de problemas.

Con relación a la presencia de distintas representaciones y registros de lenguaje, los estudiantes no tienen dificultad para identificar el registro natural y el registro simbólico. Sin embargo, identifican en menor grado el tabular y el gráfico. Otros estudiantes, en menor medida, identifican animación y otros tipos distintos (Tabla 3).

TABLA 3. Identificación de representaciones lingüísticas (n=93).

Tipo de lenguaje	Frecuencias (%)
Natural (oral)	92 (98.9)
Natural (escrito)	93 (100.0)
Simbólico (numérico)	89 (95.7)
Simbólico (algebraico)	83 (89.2)
Tabular	74 (79.6)
Gráfico	28 (30.1)
Animación	49 (52.7)
Otros (icónico, multimedia, diagramático, ...)	10 (10.8)

Fuente: Elaboración propia.

La mayoría de los futuros maestros tienen dificultades para localizar los errores o imprecisiones en las definiciones, proposiciones o procedimientos, así como en las

argumentaciones dadas a las transformaciones, o cuando se justifica la relación de proporcionalidad directa en las situaciones planteadas (Tabla 4).

TABLA 4. Claridad y corrección de definiciones, proposiciones, procedimientos y argumentos.

Errores e imprecisiones en las reglas y en los argumentos		Frecuencias (%)			
		No indica	Dice explícitamente que no hay	Sí pero no especifica cual	Sí y describe cual
Reglas	Errores de tratamiento aritmético-algebraico	63 (67.7)	21 (22.6)	2 (2.2)	7 (7.5)
	Errores en definiciones	51 (54.8)	22 (23.7)	2 (2.2)	18 (19.4)
	Errores en proposiciones o procedimientos	51 (54.8)	21(22.6)	5 (5.4)	16 (17.2)
Argumentos	Error o imprecisión al argumentar una relación de proporcionalidad.	45 (48.4)	20 (21.5)	6 (6.5)	22 (23.7)
	Error o imprecisión al argumentar una transformación aritmética-algebraica	54 (58.1)	20 (21.5)	4 (4.3)	15 (16.1)
	Otros errores o imprecisiones	52 (55.9)	20 (21.5)	2 (2.2)	19 (20.4)

Fuente: Elaboración propia.

Cuando los futuros maestros identifican errores de tratamiento aritmético o algebraico, algunos mencionan que el autor del vídeo no explica algunos de los símbolos usados, entre ellos los subíndices, o que simplificar los resultados de las operaciones puede confundir a los alumnos.

Con respecto a errores o imprecisiones en las definiciones que son reconocidos por los estudiantes, encontramos las siguientes categorías de respuestas:

— Error en la definición de *razón*. Esta es la categoría con mayor número de respuestas que identifican conflictos en las definiciones.

Por ejemplo, E50 menciona: «Razón: lo define como la proporción del cociente entre ambas magnitudes. Puede crear confusión, una alternativa sería “vínculo entre dos magnitudes que se pueden comparar entre sí”».

— Imprecisión en la definición de proporcionalidad directa.

— Definiciones confusas o no adaptadas al nivel de primaria.

— Además de estas categorías, algunos estudiantes incluyen como errores en las definiciones, apreciaciones no pertinentes con relación a procedimientos

o modos de expresión. Así, E84 refiere: «Puede causar confusión los nombres de los métodos empleados para realizar la proporción, ya que en distintas partes se pueden utilizar diferentes nombres para dichos métodos».

Los futuros maestros muestran dificultades para asignar los errores en la categoría adecuada y para hacer una descripción de forma pertinente. Hacen referencia a «explicaciones confusas» en «Errores relacionados con las definiciones». Por ejemplo, E54 señala como error en definiciones:

En la explicación del método de proporcionalidad (en el ejercicio de las camisas) despeja «x» como si fuese una ecuación. Debería haber sacado la proporción que existe entre las camisas y los metros de tela (cuantas veces es mayor los metros de tela que el número de camisas) y ya dividir entre los metros de tela para sacar la «x».

Después menciona, en «Errores en proposiciones o procedimientos»: «En procedimientos pondría el mismo error que en “Errores en las definiciones”».

La mayoría de los estudiantes que identifican conflictos en procedimientos, hacen referencia a la regla de tres: «Tachar números y despejar la “x” en la regla de tres de forma confusa, escribiendo números pequeños al lado de los grandes que puede dar la sensación de que son potencias» (E52).

Otros estudiantes identifican como errores de procedimiento: «En el método de igualdad de cocientes, situar la incógnita

“x” en el numerador, siendo más fácil para el alumno colocarlo en el denominador de la fracción izquierda» (E26).

O consideran que las explicaciones que acompañan a los procedimientos son complejas o insuficientes.

Solo un estudiante (E83) hace referencia al error en la proposición: «Para saber si dos magnitudes guardan proporción directa basta comprobar que se cumple que al doble de una le corresponde el doble de la otra, al triple el triple, ...».

Ningún estudiante menciona como imprecisión que la argumentación de la relación de proporcionalidad directa se basa únicamente en la propiedad «al doble de una magnitud corresponde el doble de la otra». En esta categoría, la mayoría de los estudiantes que incluyen algún error lo hacen de forma inapropiada, bien porque indican «explicación confusa», «argumentaciones escasas», bien porque hacen referencia a imprecisiones en la argumentación de transformaciones y no a la relación de proporcionalidad.

Solo seis estudiantes hacen alguna referencia a la falta de argumentación de las operaciones. Por ejemplo, E67 apunta que:

El único inconveniente que le veo a este vídeo es que a la hora de simplificar no argumenta este proceso, es cierto que el vídeo no va sobre simplificación pero en la resolución de problemas puede hacer que los alumnos se pierdan.

Con relación a otros errores, los futuros maestros señalan fundamentalmente:

- Errores o imprecisiones en la expresión (oral) o lenguaje empleado.
- Presentación no adecuada para alumnos de educación primaria.
- Dificultades para entender las diferencias entre los métodos de resolución del problema.
- Argumentaciones insuficientes para las transformaciones aritméticas.

Respecto al «truco» que presenta el autor del vídeo, E68 incluye como error lo siguiente:

Truco: «Para saber si dos magnitudes guardan proporcionalidad directa, basta comprobar que se cumpla que al doble de una le corresponda el doble de la otra». Aunque es una forma rápida de ver si hay

proporcionalidad directa o no, parece impreciso, al hacer solo mención al doble. Habría que mencionar a «mitad, mitad» a «suma de, suma de» a «diferencia de, diferencia de», es decir, aplicado a las cuatro operaciones.

En la Tabla 5 incluimos las frecuencias de errores detectados por los futuros maestros. Distinguimos aquellas respuestas que mencionan de forma algo pertinente un error en la categoría donde se incluye, de aquellas que no lo son porque no se incluye en la categoría indicada, porque la descripción del error no es concluyente o es subjetiva, o porque lo que incluyen no se puede considerar error o imprecisión. En general, los porcentajes de estudiantes que han reconocido errores e imprecisiones han sido bajos. El más alto ha sido el referido a la justificación de la relación de proporcionalidad, mencionado por 22 estudiantes (23.7 %).

TABLA 5. Errores identificados por los estudiantes.

Errores e imprecisiones en las reglas y en los argumentos detectadas por los futuros maestros		Frecuencias				
		Respuesta pertinente	Respuesta no pertinente			Total (%)
			Es error, pero no en la categoría señalada	Descripción no concluyente o subjetiva	No es un error	
En reglas	De tratamiento aritmético-algebraico	1	1	1	4	7 (7.5)
	En definiciones	7	3	5	3	18 (19.4)
	En proposiciones-procedimientos	4	3	5	4	16 (17.2)
En argumentos	Al argumentar la relación de proporcionalidad	3	8	4	7	22 (23.7)
	Al argumentar transformación	5	3	3	4	15 (16.1)
	Otros	5	2	7	5	19 (20.4)

Fuente: Elaboración propia.

En el apartado d) de la consigna se pide que identifiquen en el vídeo si los objetos matemáticos y los significados se presentan de manera relacionada. Salvo dos estudiantes que no respondieron a este apartado, el 73.12 % de los futuros maestros consideran

que los objetos matemáticos se encuentran relacionados de forma pertinente y que, por tanto, el grado de idoneidad en este aspecto es alta (Tabla 6). Por otro lado, el 63.44 % afirma que siempre están articulados los diversos significados de los objetos implicados.

TABLA 6. Relaciones entre objetos y significados.

Relaciones entre los objetos matemáticos		Idoneidad	Frecuencia (%)
Relaciones entre objetos	Todas las proposiciones y procedimientos tienen argumento asociado	Alta	68 (73.1)
	Algunas proposiciones y procedimientos tienen argumento asociado	Media	23 (24.7)
	Ninguna de las proposiciones y procedimientos tienen argumento asociado	Baja	0 (0.0)
Se identifican y articulan los significados de los objetos que intervienen	Siempre	Alta	59 (63.4)
	A veces	Media	30 (32.3)
	Nunca	Baja	2 (2.2)

Fuente: Elaboración propia.

En función de los resultados obtenidos en los análisis previos (variedad y representatividad de las situaciones-problemas propuestas, riqueza de sistemas de representación, claridad y corrección de reglas y argumentos, conexión entre objetos y

significados) los futuros maestros debían valorar cuantitativamente el grado de idoneidad epistémica del vídeo. Debían asignar la puntuación 0, 1, 2, si consideraban la idoneidad como, baja, media o alta, respectivamente.

TABLA 7. Frecuencias (%) de valoración de la idoneidad epistémica según componentes.

Componentes	Valoración del vídeo		
	0	1	2
Situaciones-problema	1 (1.1)	40 (43.0)	52 (52.9)
Lenguajes	3 (3.2)	37 (39.8)	53 (57.0)
Reglas	3 (3.2)	33 (35.5)	57 (61.3)
Argumentos	1 (1.1)	42 (45.2)	50 (53.8)
Relaciones entre objetos	4 (4.3)	22 (23.7)	67 (72.0)
Articulación de significados	2 (2.2)	37 (39.8)	54 (58.1)

Fuente: Elaboración propia.

Se observa en la Tabla 7 que más de la mitad de los estudiantes asignaron el grado máximo de pertinencia en cada uno de los componentes de la idoneidad epistémica. El aspecto mejor valorado es la relación entre los objetos (el 72.0 % indicaron aquí idoneidad alta) seguido de la corrección de las reglas (61.3 %).

Observemos que la puntuación máxima que se puede asignar al vídeo es de 12 puntos. La puntuación mínima asignada es de 4 puntos (un estudiante) y la media se sitúa en 9.5 puntos. La puntuación

más frecuente (en el 29 % de los casos) es de 10 puntos. Además, 9 estudiantes (10 %) asignaron la máxima puntuación al vídeo.

Se pedía a los futuros maestros que justificaran los motivos que les habían llevado a asignar sus valoraciones de la idoneidad epistémica. El análisis de sus respuestas nos ha permitido encontrar las categorías que mostramos en las Tablas 8 y 9, en las que distinguimos argumentos para una valoración positiva y otros para una valoración negativa.

TABLA 8. Argumentos para dar una valoración positiva (n=93).

Indicador	Frecuencia (%)
Presentación atractiva	8 (8.6)
Lenguaje adecuado	43 (46.2)
Lenguaje variado	21 (22.6)
Riqueza de ejemplos (muestra representativa y articulada de situaciones problema)	26 (28.0)
Situaciones-contexto cotidianas/conexión con vida real	27 (29.0)
Argumentos adecuados/explicaciones claras	38 (40.9)
Argumentos suficientes	17 (18.3)
Procedimientos/métodos diversos y adecuados	23 (24.7)
Definiciones coherentes/adecuadas	19 (20.4)
Significados articulados	17 (18.3)
Favorece razonamientos o que construyan, perfeccionen y usen sus propias representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas	14 (15.1)
Relaciones entre objetos (proposiciones con argumento asociado; métodos relacionados) apropiadas	15 (16.1)
Ningún error en reglas ni argumentos	7 (7.5)

Fuente: Elaboración propia.

Los futuros maestros valoran de forma positiva el lenguaje empleado y que los argumentos sean adecuados o las explicaciones claras. Por ejemplo, E14 valora con 2 puntos la componente lenguajes indicando:

El lenguaje utilizado es variado: natural (oral y escrito), simbólico (numérico y algebraico), tabular (a través de tablas), animación (un niño pensando y presenta una pregunta, gif con movimiento en el resultado del problema) y con flechas estableciendo relaciones de proporcionalidad. [...] Además, el nivel del lenguaje es claro y sencillo, adecuado al nivel de Educación Primaria al que va dirigido.

E22 asigna 2 puntos a la componente argumentos:

No he considerado ningún error reseñable referido a los argumentos y a los procedimientos utilizados en el vídeo. En todo momento las operaciones aritméticas se acompañan de una explicación y justificación. Tanto argumentos como procedimientos están claros.

Sin embargo, estos componentes son también los utilizados con mayor frecuencia para dar una valoración negativa, aludiendo tanto a errores de expresión y lenguaje como a argumentos poco claros o confusos (Tabla 9). E38 señala: «Algunas veces utiliza un lenguaje un poco técnico para un niño de primaria, los argumentos los veo bien, pero podrían ser un poco más claros en algunos de los 4 métodos que explica de la proporcionalidad directa».

TABLA 9. Argumentos para dar una valoración negativa (n=93).

Indicador	Frecuencia (%)
Situaciones-problema no adecuadas a primaria	3 (3.2)
Errores de expresión/lenguaje	11 (11.8)
Lenguaje no adaptado al nivel de primaria	11 (11.8)
Representaciones pobres (poco conectadas, ausencia de lenguaje gráfico o poco visual)	3 (3.2)
Dificultad para distinguir métodos	4 (4.3)
Argumentos excesivos	3 (3.2)
Argumentos no claros, confusos o rápidos	19 (20.4)
Proposiciones sin argumento asociado	1 (1.1)
Definiciones incorrectas o insuficientes	2 (2.2)
Definiciones no adecuadas al nivel de primaria	4 (4.3)
Procedimientos no adecuados al nivel de primaria	3 (3.2)
Procedimientos no claros o rápidos	4 (4.3)

Errores en procedimientos (simplificación en regla de 3)	5 (5.4)
Argumentos no adaptados al nivel de primaria	4 (4.3)
Significados no articulados	12 (12.9)
Faltan situaciones de generación de significados o representaciones propias	3 (3.2)
El autor incluye ideas fuera de contexto o que pueden confundir (por ejemplo, proporcionalidad inversa/compuesta)	3 (3.2)
Situaciones poco contextualizadas o solo en contexto matemático	4 (4.3)

Fuente: Elaboración propia.

Todo el análisis debe llevar a los futuros maestros a decidir si les parece adecuado el vídeo argumentando su decisión. En este caso, hemos clasificado las respuestas

de los estudiantes en «sí», «sí, pero...», cuando presentan algún tipo de objeción, y «no». La Tabla 10 incluye las frecuencias y porcentajes de cada una de estas opciones.

TABLA 10. Adecuación del vídeo en la reflexión final (n=93).

¿Te parece adecuado este vídeo?	Frecuencia (%)
Sí	48 (51.61)
Sí, pero...	38 (40.86)
No	7 (7.53)

Fuente: Elaboración propia.

El 51.61 % de los futuros maestros consideran adecuado el vídeo, siendo lo más valorado por estos la presencia de varias formas de resolver los problemas y el gra-

do de adecuación de las explicaciones. La Tabla 11 resume los distintos argumentos empleados por los estudiantes para valorar como adecuado el vídeo.

TABLA 11. Argumentos cuando consideran totalmente adecuado el vídeo (n=48).

Indicador	Frecuencia (%)
Varias formas de resolver	46 (95.8)
Riqueza de ejemplos	22 (45.8)
Explicación adecuada y detallada	42 (87.5)
Simplifica las definiciones/presenta la información más relevante y representativa	13 (27.1)

Representación/lenguaje adecuado	26 (54.2)
Utilidad/motivador	7 (14.6)
Incluye trucos/consejos	12 (25.0)
Contexto cercano	10 (10.8)
Lleva a reflexionar sobre el método más adecuado	6 (12.5)
No hay errores	7 (14.6)
Duración adecuada	2 (4.2)
Presentación atractiva, tono informal	5 (10.4)

Fuente: Elaboración propia.

El 40.86 % de los futuros maestros no consideran del todo adecuado el vídeo (Tabla 10). Señalan como inconvenientes la extensión, el lenguaje o algunos de los métodos empleados como poco adecuados para primaria, o que puede ser pesado para los alumnos.

TABLA 12. Argumentos que indican inconvenientes («sí, pero...») (n=38).

Indicador	Frecuencia (%)
Lenguaje no adecuado a primaria	11 (28.9)
No detallan procedimientos aritméticos	4 (10.5)
Duración excesiva	6 (15.8)
Llega a aburrir o desconcentrar, falta animación o recursos visuales	19 (50)
Provoca confusión en los alumnos	6 (15.8)
Falta variedad de contextos	3 (7.9)
Explicaciones no acertadas	5 (13.2)
Largo y denso para primaria	11 (28.9)
No todas las situaciones/conceptos/métodos son adecuados a primaria	12 (31.6)
No toma en cuenta conocimientos previos o dificultades de aprendizaje	4 (10.5)
Presencia de errores	7 (18.4)

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, solo el 7.5 % de los estudiantes no considera adecuado el vídeo. Aducen que las definiciones son poco o nada precisas y las explicaciones son inadecuadas o confusas para primaria.

El análisis de las respuestas de los estudiantes nos ha permitido detectar algunos conflictos con relación a la identificación de componentes y descriptores en el análisis de la idoneidad epistémica, fundamentalmente en lo que a reglas y articulación de significados se refiere. Por ejemplo, E32 identifica reglas con formas de resolver un problema y afirma: «Las reglas las he valorado con un 2 porque sí es verdad que muestra gran variedad de formas de resolver el problema».

Similarmente, E56 señala que:

En cuanto a las reglas he establecido una puntuación de 2 (alta) de evaluación de idoneidad, puesto que estoy de acuerdo en la forma en que realiza las operaciones en cada una de las resoluciones del problema y porque no creo que cometa ningún error al llevarlas a cabo.

Algunos estudiantes consideran que los significados están articulados cuando se utilizan varios métodos o se justifica lo que se está haciendo en el vídeo. Por ejemplo, E41 indica: «La articulación de significados considero que tiene un nivel alto, debido que utiliza varios métodos para la resolución de los problemas».

E30 incluye: «Para la articulación de significados la idoneidad es alta, ya que explica en todo momento lo que significa cada cosa que está realizando».

5. Síntesis, implicaciones y limitaciones

El objetivo de este trabajo ha sido el diseño, implementación y evaluación de una acción formativa con futuros maestros centrada en el desarrollo de conocimientos y competencias para el análisis de la idoneidad epistémica de vídeos educativos sobre proporcionalidad. Se ha comenzado con plantear el interés del tema, dada la abundancia y disponibilidad de vídeos que se ofrecen como recurso para favorecer la enseñanza de las matemáticas. No obstante, teniendo en cuenta la desigual calidad y diversidad de significados de los vídeos educativos (Beltrán-Pellicer, Giacomone y Burgos, 2018) se justifica la necesidad de capacitar a los profesores para la valoración y uso pertinente de estos recursos.

La acción formativa se ha orientado a proporcionar a los futuros maestros una herramienta teórica para el análisis de la idoneidad epistémica, esto es, del contenido matemático presentado en un vídeo sobre proporcionalidad. El análisis *a priori* del vídeo hecho por los investigadores reveló errores e imprecisiones en las definiciones, proposiciones y procedimientos, así como carencia o inexactitud en los argumentos ofrecidos para justificar los procedimientos y proposiciones. También la presentación y tratamiento de una variedad de situaciones-problemas y la articulación de significados de la proporcionalidad tiene carencias importantes, por lo que el nivel de idoneidad epistémica se valora como media en la escala ordinal baja, media, alta. Sin embargo, la mayoría de los futuros docentes, tras el proceso formativo aplicado, valoraron el

grado de idoneidad del vídeo como alto en casi todos los componentes.

El instrumento de evaluación usado, basado en los componentes e indicadores de la idoneidad epistémica, tiene en cuenta la variedad de situaciones-problemas propuestos, la presencia de distintos registros de representación, la claridad y corrección de las definiciones, las proposiciones y procedimientos, así como la justificación de los procedimientos y proposiciones con argumentos pertinentes y adaptados al nivel educativo correspondiente. El no haber reconocido la ausencia de algunos indicadores importantes ha llevado a un porcentaje elevado de estudiantes (51.6 %) a considerar el vídeo como un recurso didáctico adecuado, sin identificar sus carencias.

Por otro lado, hemos constatado cierta variabilidad en la asignación de las puntuaciones por los participantes, encontrando valoraciones con la máxima puntuación en las que el estudiante señala más inconvenientes que en otras con menos valoración. Si bien estas fluctuaciones mantienen coherente la valoración global, nos indica que quizá sea necesario concretar más los criterios, con el objetivo de perseguir una mayor uniformidad inter-participantes. No obstante, hemos de tener en cuenta que se trata de una valoración cualitativa de la idoneidad y que el número final, dentro de unos márgenes, es solo el resultado sintético de un proceso más complejo, donde se han identificado los diferentes componentes de la idoneidad.

Estos resultados sugieren la necesidad de profundizar en el desarrollo del cono-

cimiento especializado del contenido de los futuros profesores, en este caso, sobre proporcionalidad, ampliando el tiempo de instrucción asignado, analizando una mayor variedad de vídeos educativos e incrementando la fase de discusión colectiva de los resultados de los análisis.

Este tipo de acciones formativas, centradas en el contenido de la disciplina, pero con una clara orientación hacia el conocimiento y las competencias didácticas, se alinean con trabajos de otros autores (Davis, 2015), donde se señala la repercusión que tiene su *estudio del concepto* tanto a la hora de revelar la complejidad de las ideas matemáticas subyacentes como del desarrollo de las matemáticas necesarias para la enseñanza.

Por otra parte, la herramienta teórica de la idoneidad didáctica incluye, además de la faceta epistémica, las facetas cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica, las cuales no han sido abordadas en esta investigación. Aunque no es pertinente aplicar algunas de estas facetas en el caso del uso de recursos didácticos, en particular la faceta de los aprendizajes logrados, los demás aspectos podrían ser objeto de análisis y reflexión por parte de los profesores que usen estos recursos.

Notas

¹ El vídeo del canal Clasemáticas puede verse en <https://www.youtube.com/watch?v=o1Mu-lkgv-o>

² Los vídeos que se propusieron pueden verse en <https://www.youtube.com/watch?v=OZ5DejetHR8>
<https://www.youtube.com/watch?v=v8KN44iNPis>
<https://www.youtube.com/watch?v=1uAblb-McLo>

Referencias bibliográficas

- Aroza, C. J., Godino, J. D. y Beltrán-Pellicer, P. (2016). Iniciación a la innovación e investigación educativa mediante el análisis de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza sobre proporcionalidad. *Avances en Investigación e Innovación – Revista de Educación Secundaria*, 6 (1), 1-29.
- Azer, S. A., AlGrain, H. A., AlKhelaif, R. A. y AlEshaiwi, S. M. (2013). Evaluation of the Educational Value of YouTube Videos about Physical Examination of the Cardiovascular and Respiratory Systems. *Journal of Medical Internet Research*, 15 (11), e241. doi: <https://doi.org/10.2196/jmir.2728>
- Bartell, T. G., Webel, C., Bowen, B. y Dyson, N. (2013). Prospective teacher learning: recognizing evidence of conceptual understanding. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16 (1), 57-79.
- Beltrán-Pellicer, P., Giacomone, B. y Burgos, M. (2018). Online educational videos according to specific didactics: the case of mathematics. *Cultura y Educación*, 30 (4), 633-662.
- Beltrán-Pellicer, P., Godino, J. D. y Giacomone, B. (2018). Elaboración de indicadores específicos de idoneidad didáctica en probabilidad: aplicación para la reflexión sobre la práctica docente. *Bolema*, 32 (61), 526-548.
- Ben-Chaim, D., Keret, Y. e Ilany, B. (2012). *Ratio and proportion: Research and teaching in mathematics teachers' education*. Rotterdam: Sense Publisher.
- Bergmann, J. y Sams, A. (2012). *Flip your classroom*. Eugene, Oregon: International Society for Technology in Education.
- Berk, D., Taber, S. B., Gorowara, C. C. y Petzl, C. (2009). Developing prospective elementary teachers' flexibility in the domain of proportional reasoning. *Mathematical Thinking and Learning*, 11 (3), 113-135.
- Borba, M. C., Askar, P., Engelbrecht, J., Gadanidis, G., Llinares, S. y Aguilar, M. S. (2016). Blended learning, e-learning and mobile learning in mathematics education. *ZDM. Mathematics Education*, 48 (5), 589-610.
- Breda, A., Pino-Fan, L. y Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflections and assessment on teaching practice. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 13 (6), 1893-1918.
- Chapman, O. (2014). Overall commentary: understanding and changing mathematics teachers. En J.-J. Lo, K. R. Leatham y L. R. Van Zoest (Eds.), *Research Trends in Mathematics Teacher Education* (pp. 295-309). Dordrecht: Springer International Publishing.
- Clasemáticas Canal (8 de noviembre de 2012). (*Proporcionalidad*) - *Proporción Directa* (1002) [Archivo de vídeo]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=o1Mu-lkgv-o> (Consultado el 06-04-2019).
- Dabbagh, B. y Kitsantas, A. (2012). Personal Learning Environments, social media, and self-regulated learning: A natural formula for connecting formal and informal learning. *The Internet and Higher Education*, 12 (1), 3-8.
- Daniel Carreon (27 de junio de 2017). *REPARTO PROPORCIONAL - Super fácil* [Archivo de vídeo]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=1uAbIb-McLo> (Consultado el 06-04-2019).
- Davis, B. (2015). Las matemáticas que los profesores de educación secundaria conocen (o necesitarían conocer). **revista española de pedagogía**, 73 (261), 321-342.
- Duffy, P. (2008). Engaging the YouTube Google-eyed generation: Strategies for using Web 2.0 in teaching and learning. *Electronic Journal of E-learning*, 6 (2), 119-130.
- English, L. D. (2008). Setting an agenda for international research in mathematics education. En L. D. English y D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 3-19). Nueva York y Londres: Taylor and Francis (Routledge).
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111-132.

- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135.
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Lurduy, O. (2011). Why is the learning of elementary arithmetic concepts difficult? Semiotic tools for understanding the nature of mathematical objects. *Educational Studies in Mathematics*, 77 (2), 247-265.
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31 (57), 90-113.
- Hilton, A. y Hilton, G. (2018). Primary school teachers implementing structured mathematics interventions to promote their mathematics knowledge for teaching proportional reasoning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22 (6), 545-574. doi: <https://doi.org/10.1007/s10857-018-9405-7>
- Mason, J. (2016). Perception, interpretation and decision making: understanding gaps between competence and performance-a commentary. *ZDM. Mathematics Education*, 48 (1-2), 219-226.
- Pino-Fan, L. y Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36 (1), 87-109.
- Ponte, J. P. y Chapman, O. (2016). Prospective mathematics teachers' learning and knowledge for teaching. En L. D. English y D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 275-296). Nueva York: Routledge.
- Portugal, K. O., Arruda, S. D. M. y Passos, M. M. (2018). Free-choice teaching: how YouTube presents a new kind of teacher. *Revista Eletrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 17 (1), 183-199.
- Posadas, P. y Godino, J. D. (2017). Reflexión sobre la práctica docente como estrategia formativa para desarrollar el conocimiento didáctico-matemático. *Didacticae*, 1, 77-96. doi: <https://doi.org/10.1344/did.2017.1.77-96>
- Ramírez, A. (2010). Youtube y el desarrollo de la competencia matemática. Resultados de una investigación cuasi-experimental. *Contextos Educativos*, 13, 123-138.
- Ruiz-Reyes, K., Contreras, J. M., Arteaga, P. y Oviedo, K. (2017). Análisis semiótico de videos tutoriales para la enseñanza de la probabilidad en educación primaria. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Recuperado de <http://hdl.handle.net/10481/45382> (Consultado el 19-07-2019).
- Sadler, D. R. (2013). Making competent judgments of competence. En S. Blömeke, O. Zlatkin-Troitschanskaia, C. Kuhn y J. Fege (Eds.), *Modeling and measuring competencies in higher education: Tasks and challenges* (pp. 13-27). Rotterdam: Sense Publishing.
- Santos, J. A. (2018). *Valoración de vídeo tutoriales de matemáticas disponibles en Internet. Nuevos instrumentos para el análisis de los procesos educativos* (Tesis doctoral). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México.
- Smatematico (7 de abril de 2013). *Problema de reparto proporcional* [Archivo de vídeo]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=0Z5DejetHR8> (Consultado el 06-04-2019).
- Turney, C. S. M., Robinson, D., Lee, M. y Soutar, A. (2009). Using technology to direct learning in higher education. The way forward? *Active Learning in Higher Education*, 10 (1), 71-83.
- Tuto mate (10 de mayo de 2016). *Problemas de repartos directamente proporcionales* [Archivo de vídeo]. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=v8KN44iNPls> (Consultado el 06-04-2019).

Biografía de los autores

María Burgos es Profesora Contratada Doctora en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Doctora en Matemáticas por la Universidad de Almería y Máster en Didáctica de la Matemática por la Univer-

sidad de Granada. Es miembro del grupo FQM-126 Teoría de la Educación Matemática y Educación Estadística.

 <https://orcid.org/0000-0002-4598-7684>

Pablo Beltrán-Pellicer es Profesor Asociado en el área de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Zaragoza y Profesor de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato en el Colegio Público Integrado Val de la Atalaya (María de Huerva, Zaragoza). Doctor en Didáctica de las Matemáticas y miembro del grupo S36_17D Investigación en Educación Matemática.

 <https://orcid.org/0000-0002-1275-9976>

Juan D. Godino es Catedrático jubilado de Didáctica de la Matemática, Colaborador Extraordinario del Departamento de Didáctica de la Matemática y Profesor del programa de Doctorado en Educación de la Universidad de Granada. Miembro del grupo FQM-126 Teoría de la Educación Matemática y Educación Estadística. Desde 1993 viene desarrollando el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos, un marco teórico específico para la educación matemática.

 <http://orcid.org/0000-0001-8409-0258>